第 41 卷 第 2 期
2024 年 4 月

应 用 力 学 学 报
Chinese Journal of Applied Mechanics

Vol. 41 No. 2
Apr. 2024

文章编号:1000-4939(2024)02-0422-10

拟合楼层反应谱的三向地震动时程生成方法研究

杨兰兰[1,2],陈杰[1],徐明悦[1],付晨[1],吉锋[3]

(1. 江南大学环境与土木工程学院,214122 无锡;
2. 中国地震局工程力学研究所地震工程与工程振动重点实验室,150086 哈尔滨;
3. 成都理工大学地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室,610059 成都)

摘　要:为获得满足规范要求的拟合楼层反应谱的三向地震动时程,采用六阶常微分方程的本征函数为基函数,分解并重构天然地震动时程;通过构建影响矩阵,迭代计算逐步调整本征函数的幅值系数,最终实现预设拟合精度;引入正交化方法保证三向地震动时程两两之间的统计独立性,并通过两组算例提供验证。研究结果表明,迭代所得时程反应谱与目标楼层反应谱的拟合精度较高,迭代过程中时程反应谱均匀一致地向目标谱逼近,迭代过程收敛,所得三向地震动时程均无零飘现象,满足规范要求。

关键词:抗震设计与分析;楼层反应谱;地震动时程拟合;互相关系数;本征函数

中图分类号:TU311.3　　**文献标志码:**A　　**DOI:**10.11776/j.issn.1000-4939.2024.02.016

Generation of tri-directional seismic time histories compatible with floor response spectra

YANG Lanlan[1,2], CHEN Jie[1], XU Mingyue[1], FU Chen[1], JI Feng[3]

(1. School of Environment and Civil Engineering, Jiangnan University, 214122 Wuxi, China;
2. Key Laboratory of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake Administration, 150086 Harbin, China; 3. State Key Laboratory of Geo-hazard Prevention and Geo-environment Protection, Chengdu University of Technology, 610059 Chengdu, China)

Abstract: In order to obtain the tri-dimensional seismic ground motion time histories which are compatible with the corresponding floor response spectra, the eigenfunctions of the sixth order ordinary differential equation are used as the basis functions to decompose and reconstruct the real recorded earthquake ground motion. By constructing the influence matrix, the amplitude coefficient of the eigenfunction is gradually adjusted through iterative calculation, and the preset fitting accuracy threshold is finally achieved. The orthogonalization procedure is introduced to ensure the statistical independence between the tri-directional time histories, and two sets of numerical examples are provided. The examples show that it is capable of achieving high matching accuracy between the response spectra of generated time histories and the target

收稿日期:2022-07-15　　**修回日期:**2022-09-20

基金项目:江苏省自然科学基金青年基金资助项目(No. BK20210476);中国地震局工程力学研究所基本科研业务费专项资助项目(No. 2021D14);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(No. JUSRP121056)

通信作者:吉锋,教授。E-mail:jeifens@163.com

引用格式:杨兰兰,陈杰,徐明悦,等. 拟合楼层反应谱的三向地震动时程生成方法研究[J]. 应用力学学报,2024,41(2):422-431.
YANG Lanlan, CHEN Jie, XU Mingyue, et al. Generation of tri-directional seismic time histories compatible with floor response spectra[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2024, 41(2):422-431.

spectra. During the iteration, the time history response spectrum uniformly approaches the target spectra. The iterative process converges; the generated seismic time histories are drift-free and satisfy the code requirements.

Key words: seismic design and analysis; floor response spectrum; spectral compatible ground motion; cross correlation coefficient; eigenfunction

核电厂的抗震分析中,往往需要 3 个正交方向(包括 2 个正交水平方向 H1 和 H2,和 1 个竖直方向 V)的地震动时程,作为激励时程开展动力时程分析[1-4]。由于核电厂房内核电设备众多且构筑物内部结构复杂,核电设备的抗震安全性分析成为核电厂整体抗震分析中的重点和难点问题[5-6]。合理的地震动输入是核电厂内部重要设备(如管道)抗震分析所需解决的首要问题。

楼层反应谱是核电设备抗震输入的重要依据[7],中国住房和城乡建设部发布的《核电厂抗震设计标准》(GB 50267—2019)[8]、中国国家核安全局《核设备抗震鉴定试验指南》(HAF · J0053)[9]、美国核管理委员会 NUREG-0800《标准审查大纲》(SRP 3.7.1)[10]、加拿大标准协会《核电厂抗震鉴定分析指南》(CSA N289.3-10)[11]等相关规范均指出,在核电厂内部重要构件与设备的抗震动力时程分析中,所输入的设计地震动时程反应谱要包络目标楼层反应谱,并满足一定的拟合精度要求。为保证三向地震动时程之间的统计独立性,一般要求三向地震动时程,两两之间的互相关系数绝对值不大于 0.16[8,10]或 0.3[9,11]。

当前已经有多种使地震动时程反应谱与目标反应谱匹配的方法,主要可分为基于时频变换的方法[12-14]、在时域叠加调整函数[15-18]、以及调整时程分量幅值系数的方法[19-23]。然而,由于楼层反应谱在形状特征上与普通场地反应谱相比有一定特殊性[24-25],现有技术方法中尚存在以下不足:①拟合精度不高、拟合过程有“此消彼长”现象,由于时域和频域之间相互转换的复杂性,以及傅里叶幅值谱与反应谱之间的非线性对应关系,使得基于时频变换的方法较难取得理想结果;而通过在时域局部叠加具有特定主频的调整函数,常难以确保不对其余频率点的反应谱值产生负面影响,因此,拟合过程常不收敛;②不能有效满足三向地震动分量间的统计独立性,现有技术少有仅通过一次计算,即可获得满足统计独立性要求的设计地震动,常需反复验算所得时程。

本研究基于本征函数的地震动时程分解,构建影响矩阵反映不同频率地震动分量之间的影响关系,并依此调整不同频率分量的幅值系数,逐步迭代以使时程反应谱与目标楼层反应谱的拟合精度满足要求。通过在迭代流程中引入正交化方法,满足不同方向分量之间的统计独立性要求。本研究所提出的方法计算精度高,迭代收敛性好,同时可满足规范中相关要求,可为我国核电厂的抗震设计与分析提供参考。

1　基于本征函数的地震动时程分解

为获取连续的加速度、速度和位移时程,本研究引入六阶常微分方程的本征值问题,通过求解得到其本征函数。将天然地震动时程利用本征函数分解并重构,可得到与原始时程高度吻合,同时可避免时程零飘现象的一组加速度、速度和位移时程。

1.1　六阶常微分方程的解及其本征函数

考虑如下关于函数 $\varphi(t)$ 的六阶常微分方程的本征值问题

$$\frac{\mathrm{d}^6\varphi}{\mathrm{d}t^6} + \lambda^6\varphi = 0, 0 \leqslant t \leqslant T \tag{1}$$

满足时程初始与终止都归零的条件,即

$$\varphi(0) = \dot{\varphi}(0) = \ddot{\varphi}(0) = \varphi(T) = \dot{\varphi}(T) = \ddot{\varphi}(T) = 0 \tag{2}$$

可得到其通解为

$$\varphi(t) = C_1\cos(\lambda t) + C_2\sin(\lambda t) + \mathrm{e}^{\frac{\sqrt{3}\lambda t}{2}}\left(C_3\cos\frac{\lambda t}{2} + C_4\sin\frac{\lambda t}{2}\right) + \mathrm{e}^{-\frac{\sqrt{3}\lambda t}{2}}\left(C_5\cos\frac{\lambda t}{2} + C_6\sin\frac{\lambda t}{2}\right) \tag{3}$$

对上式分别求一阶微分和二阶微分可得

$$\dot{\varphi}(t)\frac{2}{\lambda} = -2C_1\sin(\lambda t) + 2C_2\cos(\lambda t) + C_3\mathrm{e}^{\frac{\sqrt{3}\lambda t}{2}}\left(\sqrt{3}\cos\frac{\lambda t}{2} - \sin\frac{\lambda t}{2}\right) +$$

$$C_4 e^{\frac{\sqrt{3}\lambda t}{2}}\left(\cos\frac{\lambda t}{2}+\sqrt{3}\sin\frac{\lambda t}{2}\right)-$$
$$C_5 e^{-\frac{\sqrt{3}\lambda t}{2}}\left(\sqrt{3}\cos\frac{\lambda t}{2}+\sin\frac{\lambda t}{2}\right)-$$
$$C_6 e^{-\frac{\sqrt{3}\lambda t}{2}}\left(-\cos\frac{\lambda t}{2}+\sqrt{3}\sin\frac{\lambda t}{2}\right) \tag{4}$$

$$\ddot{\varphi}(t)\frac{2}{\lambda^2}=-2C_1\sin(\lambda t)-2C_2\cos(\lambda t)+$$
$$e^{\frac{\sqrt{3}\lambda t}{2}}C_3\left(\cos\frac{\lambda t}{2}-\sqrt{3}\sin\frac{\lambda t}{2}\right)+$$
$$e^{\frac{\sqrt{3}\lambda t}{2}}C_4\left(\sqrt{3}\cos\frac{\lambda t}{2}+\sin\frac{\lambda t}{2}\right)+$$
$$e^{-\frac{\sqrt{3}\lambda t}{2}}C_5\left(\cos\frac{\lambda t}{2}+\sqrt{3}\sin\frac{\lambda t}{2}\right)+$$
$$e^{-\frac{\sqrt{3}\lambda t}{2}}C_6\left(-\sqrt{3}\cos\frac{\lambda t}{2}+\sin\frac{\lambda t}{2}\right) \tag{5}$$

由于常系数 $C_1,C_2,\cdots,C_6$ 有非零解,可求得该问题的本征等式为超越方程,有无穷多的根或本征值,当 $\lambda_n=(n+1)\pi/T,\ n=1,\ 2,\ \cdots$,可得相应的第 n 个本征函数 $\varphi_n(t)$。

图1为持时30 s的第10个本征函数 $\varphi_{10}(t)$ 及其一阶和二阶微分示意图。由图可见,本征函数及其一、二阶微分的中间形态均与三角函数非常相似,具有稳定集中的频率含量,且两端始终为零。

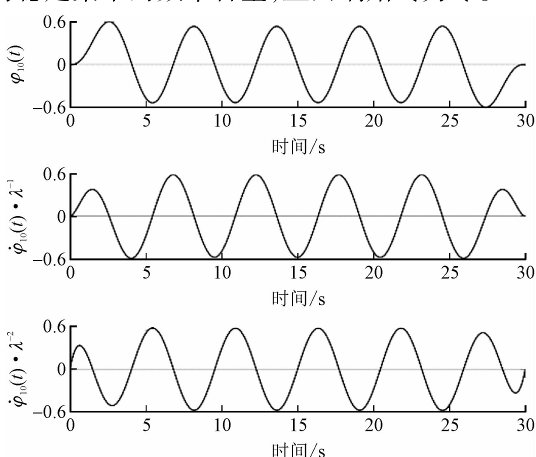


图1 持时30 s的第10个本征函数

Fig. 1 The 10th eigenfunction with $T=30$ s

1.2 地震动时程的本征函数分解

由于各本征函数及其前两阶微分均首尾为零,因此可引入本征函数为基函数,用于分解任意持时为 T,且首尾归零的天然地震动加速度时程 $A(t)$、速度时程 $V(t)$ 和位移时程 $D(t)$,$t\in[0,T]$。

首先依据地震动时程 $A(t)$、$V(t)$ 和 $D(t)$ 所涉及的频率范围 $[f_{\min},\ f_{\max}]$,用下式求得本征频率处于该范围内的本征函数序号为

$$N_{\min}=\lceil 2Tf_{\min}-1\rceil,\ N_{\max}=\lfloor 2Tf_{\max}-1\rfloor \tag{6}$$

式中:运算符号 $\lceil x\rceil$ 表示向上取整函数;$\lfloor x\rfloor$ 表示向下取整函数。

以符合频率需求范围 $[f_{\min},\ f_{\max}]$ 的本征函数 $\varphi_n(t)$ $(n=N_{\min},\ N_{\min}+1,\cdots,N_{\max})$ 作为基函数,按下式分解并重构天然地震动时程 $A(t)$

$$A(t)=\sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}}a_n\ddot{\varphi}_n(t) \tag{7}$$

利用双共轭梯度稳定法,可求得构成时程 $A(t)$ 的各本征函数的幅值系数 a_n,$n=N_{\min}$,$N_{\min}+1,\cdots$,$N_{\max}$。基于式(3)~(5),考虑加速度时程 $A(t)$、速度时程 $V(t)$ 和位移时程 $D(t)$ 共用相同的幅值系数,因此同时可得

$$V(t)=\sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}}a_n\dot{\varphi}_n(t),D(t)=\sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}}a_n\varphi_n(t) \tag{8}$$

2 影响矩阵方法

当单自由度受非平稳外力时程作用时,一般可通过卷积积分求解质点的全响应过程。对于质点质量为 m,自振圆频率为 ω,无量纲阻尼系数为 ζ,质点系统所受加速度时程激励为 $\ddot{u}_g(t)$ 时,质点动力方程为

$$\ddot{x}(t)+2\zeta\omega\dot{x}(t)+\omega^2x(t)=\ddot{u}_g(t) \tag{9}$$

式中,$x(t)$ 为质点相对位移响应时程。当阻尼系数 ζ 较小时,依据卷积积分原理可知,绝对加速度响应时程可表示为

$$\ddot{x}(t)\approx-\omega\int_0^t\ddot{u}_g(\tau)\sin\omega(t-\tau)e^{-\zeta\omega(t-\tau)}d\tau$$
$$=\omega^2h_d*\ddot{u}_g \tag{10}$$

式中,单位脉冲响应函数为 $h_d(t)=e^{-\zeta\omega t}\dfrac{\sin(\omega_d t)}{m\omega_d}$,有阻尼圆频率为 $\omega_d=\omega\sqrt{1-\zeta^2}$。

若考虑地震动激励时程 $A(t)$ 利用式(7)分解为本征函数的表达形式,通过式(10)可得,当质点自振圆频率分别为 ω_m,$m=1,2,\cdots,M$ 时的加速度响应时程 $\ddot{x}_m$ 可表示为

$$\ddot{x}_m=-\omega_m^2(h_m*A)=-\omega_m^2\left(h_m*\sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}}a_n\ddot{\varphi}_n\right)$$
$$=\sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}}a_n(-\omega_m^2h_m*\ddot{\varphi}_n) \tag{11}$$

式中,单位脉冲响应函数为 $h_m = e^{-\zeta\omega_m t}\dfrac{\sin\omega_{md}t}{m\omega_{md}}$,阻尼圆频率为 $\omega_{md} = \omega_m\sqrt{1-\zeta^2}$ 。那么,单自由度体系加速度反应谱 S_m ,可根据下式计算

$$S_m = |\ddot{x}_m(t)|_{\max} = \left|\sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}} a_n(-\omega_m^2 h_m * \ddot{\varphi}_n)\right|_{\max} \tag{12}$$

假定加速度绝对峰值响应发生于时刻 $t = \tau_m$,当峰值响应 $\ddot{x}_m(\tau_m) \geqslant 0$ 时,取 $\xi_m = 1$;当峰值响应 $\ddot{x}_m(\tau_m) < 0$ 时,取 $\xi_m = -1$ 。定义第 n 个本征函数 $\varphi_n(t)$, $n = N_{\min}, N_{\min}+1, \cdots, N_{\max}$,在频率 ω_m 处,对于反应谱值 S_m 的贡献值为影响因子 I_{mn} ,即

$$I_{mn} = (-\omega_m^2 h_m * \ddot{\varphi}_n)|_{t=\tau_m} \tag{13}$$

那么,式(12)可改写为

$$S_m = \left|\sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}} a_n(-\omega_m^2 h_m * \ddot{\varphi}_n)\right|_{\max} = \sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}} a_n(\xi_m I_{mn}) \tag{14}$$

考虑到反应谱的计算共有 M 个离散频率点 ω_m , $m = 1,2,\cdots,M$,反应谱可写为列向量形式 $\boldsymbol{S} = [S_1, S_2, \cdots, S_M]$,那么式(14)可表示为如下的矩阵形式

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{Ia}, \boldsymbol{a} = [a_{N_{\min}}, a_{N_{\min}+1}, \cdots, a_{N_{\max}}] \tag{15}$$

式中, $\boldsymbol{I}$ 为影响矩阵,维度为 $M \times (N_{\max} - N_{\min} + 1)$ 。

假定目标楼层反应谱 $\tilde{S}$ 离散于 M 个频率点 ω_m , $m = 1, 2, \cdots, M$,即 $\tilde{\boldsymbol{S}} = [\tilde{S}_1, \tilde{S}_2, \cdots, \tilde{S}_M]$ 。那么,对于与目标谱 $\tilde{\boldsymbol{S}}$ 相匹配的地震动时程 $A(t)$,其本征函数幅值向量 $\tilde{\boldsymbol{a}}$ 可通过如下方程求解

$$\tilde{\boldsymbol{S}} = \boldsymbol{I}\tilde{\boldsymbol{a}} \tag{16}$$

由于所用反应谱离散点数为 M 与分解时程所用本征函数数量为 $(N_{\max} - N_{\min} + 1)$ 往往是不相等的。为方便求解,在式(16)左右两侧乘以影响矩阵的转置 $\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}$,即

$$(\boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I})\tilde{\boldsymbol{a}} = \boldsymbol{I}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{S}} \tag{17}$$

因此,可求得线性代数方程中幅值向量 $\tilde{\boldsymbol{a}}$,进而可重构得到地震动加速度时程 $\tilde{A}(t)$,且该时程反应谱比原始时程 $A(t)$ 的反应谱更接近目标谱 $\tilde{\boldsymbol{S}}$ 。

需要说明的是,由于影响矩阵 $\boldsymbol{I}$ 是根据峰值响应发生时刻 τ_m 计算确定的,当目标谱 $\tilde{\boldsymbol{S}}$ 显著区别于当前时程反应谱 $\boldsymbol{S}$ 时,与目标谱 $\tilde{\boldsymbol{S}}$ 匹配的时程 $\tilde{A}(t)$ 和原始时程 $A(t)$ 的峰值响应发生时刻也有显著差异。因此,本研究拟基于式(17)构建迭代算法,使每次迭代所得时程反应谱逐步向目标谱逼近,最终实现与目标谱的匹配精度达到任意预设精度。

3　拟合楼层反应谱的三向地震动时程

3.1　规范对于拟合三向地震动时程的要求

为确保抗震设计地震动时程的合理性,不同规范中,针对用于核电厂地震响应分析的地震动时程,在各个方面均给出了明确的标准。通过整理各规范中,与楼层反应谱计算和三向抗震设计地震动时程相关的要求,总结了几项广泛适用的要求,并选用较为严格的参数阈值,作为本研究中地震动时程应满足的要求,以期通过本方法计算所得地震动时程能够自然适应不同规范,具体如下。

1)楼层反应谱应包含两个水平正交方向的谱和一个竖直方向的谱。

2)计算楼层反应谱时,频率增量数值应按规范要求确定。

3)用于结构地震分析的地震波,需为真实记录的地震波或由真实地震记录调整所得。

4)时程的离散时间间隔不得大于 0.01 s。

5)设计地震动时程反应谱值低于目标反应谱的控制点数不得多于 5 个,在所有控制点处的相对误差不大于 10%。

6)每条设计地震动时程的强震持续时间不应小于 6 s,总持续时间不宜小于 25 s。

7)每两条设计地震动时程间的互相关系数不应大于 0.16。

3.2　拟合三向地震动时程的步骤

本研究以本征函数分解地震动时程为基础,引入影响矩阵方法构建拟合楼层反应谱的迭代流程,并引入正交化方法确保三向地震动时程间的统计独立性,具体步骤如下。

1)确定水平方向目标楼层反应谱 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{H1}}^{\mathrm{T}}$ 、 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{H2}}^{\mathrm{T}}$ 和竖直方向目标楼层反应谱 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{T}}$ 分别为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S}_{\mathrm{H1}}^{\mathrm{T}} &= [\boldsymbol{S}_{\mathrm{H1},1}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{S}_{\mathrm{H1},2}^{\mathrm{T}}, \cdots, \boldsymbol{S}_{\mathrm{H1},M}^{\mathrm{T}}],\\ \boldsymbol{S}_{\mathrm{H2}}^{\mathrm{T}} &= [\boldsymbol{S}_{\mathrm{H2},1}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{S}_{\mathrm{H2},2}^{\mathrm{T}}, \cdots, \boldsymbol{S}_{\mathrm{H2},M}^{\mathrm{T}}],\\ \boldsymbol{S}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{T}} &= [\boldsymbol{S}_{\mathrm{V},1}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{S}_{\mathrm{V},2}^{\mathrm{T}}, \cdots, \boldsymbol{S}_{\mathrm{V},M}^{\mathrm{T}}]\end{aligned} \tag{18}$$

各目标谱均离散于 M 个频率控制点处 f_1, f_2, …, f_M, 其中 $f_1 = f_{\min}$, $f_M = f_{\max}$。

2)选择一组持续时间为 T 的种子地震动加速度时程记录(包含正交的水平 H1 和 H2 方向分量,和竖直 V 方向分量),分别利用式(7)和(8)将其分解为初始迭代时程 $A_{\mathrm{H1}}^{(0)}(t)$ 、$A_{\mathrm{H2}}^{(0)}(t)$ 和 $A_{\mathrm{V}}^{(0)}(t)$ 。

$$A_{\mathrm{H1}}^{(0)}(t) = \sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}} a_n^{(0)} \ddot{\varphi}_n(t),$$
$$A_{\mathrm{H2}}^{(0)}(t) = \sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}} b_n^{(0)} \ddot{\varphi}_n(t),$$
$$A_{\mathrm{V}}^{(0)}(t) = \sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}} c_n^{(0)} \ddot{\varphi}_n(t) \tag{19}$$

3)设置反应谱拟合精度。对于目标楼层反应谱全频率范围 $f_{\min} \leqslant f \leqslant f_{\max}$ 内,满足楼层反应谱相对误差小于 e_1;对于结构或设备重点关注频率范围 $f_{\mathrm{L}} \leqslant f \leqslant f_{\mathrm{U}}$ 内,相对误差需小于 e_2;为保证工程应用中重点关注频率有更高精度要求,通常有 $e_2 < e_1$ 。

4)求解水平 H1 方向设计地震动时程。以 $A_{\mathrm{H1}}^{(0)}(t)$ 为初始迭代时程,利用式(17)开展迭代计算,直至满足预设的拟合精度时停止。可得与目标谱 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{H1}}^{\mathrm{T}}$ 拟合的 H1 方向设计地震动时程,即

$$A_{\mathrm{H1}}(t) = \sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}} a_n \ddot{\varphi}_n(t) \tag{20}$$

5)求解水平 H2 方向设计地震动时程。以 $A_{\mathrm{H2}}^{(0)}(t)$ 为初始迭代时程,在第 i 次迭代中

5a.首先按下式利用 Gram-Schmidt 正交化调整水平 H2 方向时程与水平 H1 方向时程正交(即互相关系数为0),则

$$A_{\mathrm{H2}}^{\perp(i-1)}(t) = A_{\mathrm{H2}}^{(i-1)}(t) - \frac{(A_{\mathrm{H1}}, A_{\mathrm{H2}}^{(i-1)})}{(A_{\mathrm{H1}}, A_{\mathrm{H1}})} A_{\mathrm{H1}}(t)$$
$$= \sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}} b_n^{\perp(i-1)} \ddot{\varphi}_n(t) \tag{21}$$

式中,符号"⊥"表示正交化之后的变量。

5b.利用式(17)调整地震动时程 $A_{\mathrm{H2}}^{\perp(i-1)}(t)$ 的幅值系数使反应谱向目标谱逼近,得到 $A_{\mathrm{H2}}^{(i)}(t)$ 。

5c.重复步骤5a和5b,直到满足预设拟合精度为止。可得与目标谱 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{H2}}^{\mathrm{T}}$ 拟合,且与 H1 方向正交的 H2 方向设计地震时程,即

$$A_{\mathrm{H2}}(t) = \sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}} b_n \ddot{\varphi}_n(t) \tag{22}$$

6)求解竖直 V 方向设计地震动时程。以 $A_{\mathrm{V}}^{(0)}(t)$ 为初始迭代时程,在第 i 次迭代中

6a.按下式利用 Gram-Schmidt 正交化调整竖直 V 方向时程,使其与水平 H1 和 H2 方向时程的正交

$$A_{\mathrm{V}}^{\perp(i-1)}(t) = A_{\mathrm{V}}^{(i-1)}(t) - \frac{(A_{\mathrm{H1}}, A_{\mathrm{V}}^{(i-1)})}{(A_{\mathrm{H1}}, A_{\mathrm{H1}})} A_{\mathrm{H1}}(t) - \frac{(A_{\mathrm{H2}}, A_{\mathrm{V}}^{(i-1)})}{(A_{\mathrm{H2}}, A_{\mathrm{H2}})} A_{\mathrm{H2}}(t)$$
$$= \sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}} c_n^{\perp(i-1)} \ddot{\varphi}_n(t) \tag{23}$$

6b.利用式(17)调整地震动时程 $A_{\mathrm{V}}^{\perp(i-1)}(t)$ 的幅值系数使其反应谱向目标谱逼近,得到 $A_{\mathrm{V}}^{(i)}(t)$ 。

6c.重复步骤6a和6b,直到满足预设拟合精度为止。可得与目标谱 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{T}}$ 拟合,且与水平 H1 和 H2 方向设计地震时程正交的竖直 V 方向设计地震动时程,即

$$A_{\mathrm{V}}(t) = \sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}} c_n \ddot{\varphi}_n(t) \tag{24}$$

7)根据式(20)、(21)和(24)所得加速度时程,利用式(8)可得相应速度和位移时程

$$V_{\mathrm{H1}}(t) = \sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}} a_n \dot{\varphi}_n(t), D_{\mathrm{H1}}(t) = \sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}} a_n \varphi_n(t),$$
$$V_{\mathrm{H2}}(t) = \sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}} b_n \dot{\varphi}_n(t), D_{\mathrm{H2}}(t) = \sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}} b_n \varphi_n(t),$$
$$V_{\mathrm{V}}(t) = \sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}} c_n \dot{\varphi}_n(t), D_{\mathrm{V}}(t) = \sum_{n=N_{\min}}^{N_{\max}} c_n \varphi_n(t) \tag{25}$$

4 数值算例

4.1 目标楼层反应谱与天然地震动

以文献[26]提供的加拿大某核电厂房的楼层反应谱为目标谱,阻尼比为3%,如图2所示。该目标谱的频率下限与上限分别为 $f_{\min}$ = 0.1 Hz 和 $f_{\max}$ = 100 Hz。

选取1980年5月25日记录于 Long Valley Dam (Upr L Abut)强震观测站的 Mammoth Lakes 地震动为种子时程,包括两个正交的水平方向和一个竖直方向的地震动加速度、速度和位移时程记录。该组地震波时间间隔均为0.005 s,记录时间长度为30 s,每一条时程有6 001个数据点。Mammoth Lakes 地震动为正斜断层,震级 M_{w} = 6.06,断层距 R_{rup} = 15.46 km。

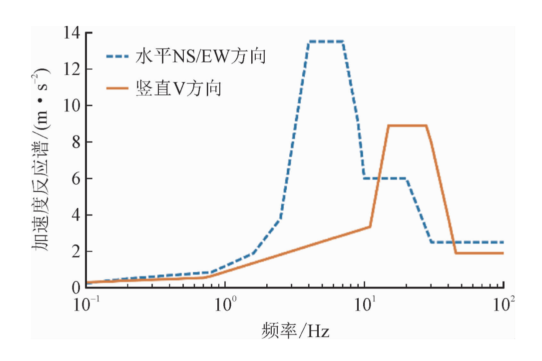


图 2　目标楼层反应谱(目标谱 1)

Fig. 2　Target floor response spectra (targct spectra 1)

利用所选用的三向种子地震动时程,依据本研究提出的方法,生成分别与三向目标楼层反应谱拟合的三向设计地震动时程。为验证本研究方法的有效性与精确性,设定迭代时程反应谱 $\boldsymbol{S}(f)$ 与目标反应谱 $\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}(f)$ 的相对误差按下式计算

$$e(f) = \frac{\boldsymbol{S}(f) - \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}(f)}{\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}(f)} \times 100\% \qquad (26)$$

依据工程结构抗震需求设定如下精度阈值。

1)在全频率范围内,拟合精度 $e(f)$ 不大于 5%。

2)在该结构重点关注频率范围[0.6,50]Hz 内,拟合精度 $e(f)$ 不大于 1%。

4.2　拟合结果与分析

考虑目标楼层反应谱的频率下限与上限分别为 $f_{\min}=0.1$ Hz 和 $f_{\max}=100$ Hz,根据式(6)可计算得到所需本征函数的序号范围为 $N_{\min}=5$ 和 $N_{\max}=5\,999$。利用所选本征函数重构天然地震动作为初始迭代时程。

通过影响矩阵方法开展迭代计算,即可得到与楼层反应谱高精度拟合的三向地震动时程。如图 3(a)、4(a)和 5(a)所示,所得地震动时程反应谱拟合目标谱的精度较高,基本可完全覆盖目标谱;且从图 3(a)、图 4(a)和图 5(a)中灰色的中间迭代时程反应谱可见,随着迭代的进行,迭代时程反应谱均匀一致地逐步向目标谱逼近,并最终满足预设拟合精度。图 6 中时程反应谱与目标谱之间最大相对误差随着迭代计算的进行逐步减小,反映了该方法的有效性和迭代收敛性,平均每次迭代用时约 7.0 s,整体计算效率较高。从图中速度和位移时程可见,所得地震动时程均未出现零飘现象,且各向地震动参数均符合规范要求,具体见表 1。

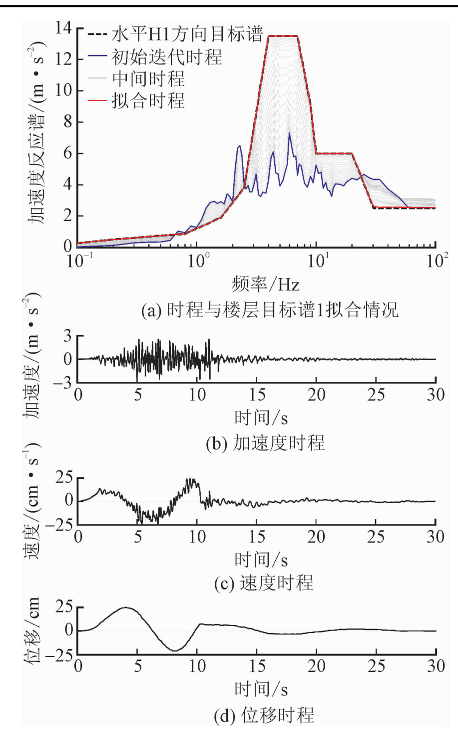


图 3　水平 H1 方向反应谱拟合目标谱 1 的情况和所得设计地震动

Fig. 3　Compatibility between the response spectra of iterative time histories and the target spectra 1 along the H1 direction and the generated time history

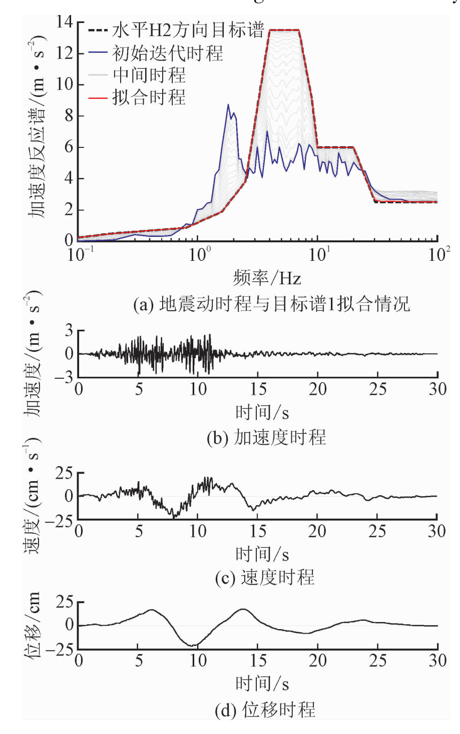


图 4　水平 H2 方向反应谱拟合目标谱 1 的情况和所得设计地震动

Fig. 4　Compatibility between the response spectra of iterative time histories and the target spectra 1 along the H2 direction and the generated time history

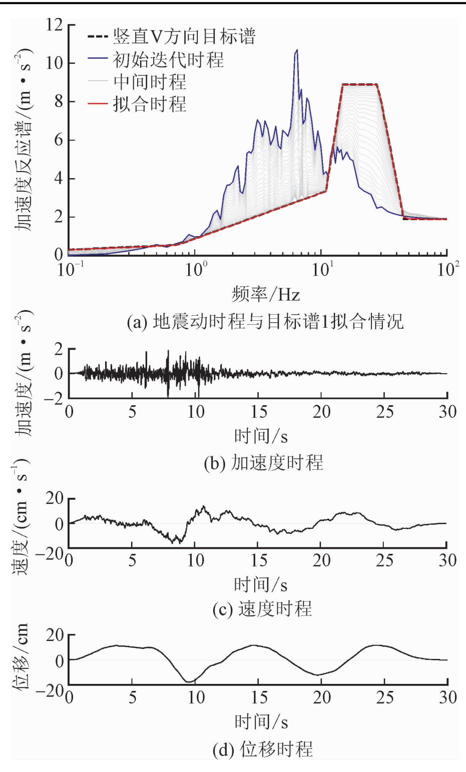


图5 竖直V方向反应谱拟合目标谱1的情况和所得设计地震动

Fig. 5 Compatibility between the response spectra of iterative time histories and the target spectra 1 along the V direction and the generated time history

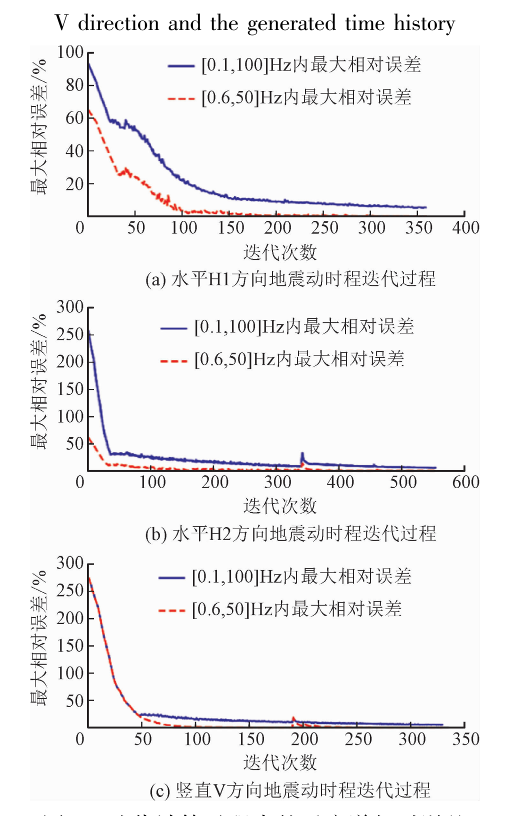


图6 迭代计算过程中的反应谱相对误差

Fig. 6 Relative error between response spectra of iterative time histories and the target spectra during iterations

表1 拟合目标谱1的时程地震动参数

Tab. 1 Parameters of the generated time histories which are compatible with target spectra 1

参数	水平H1方向	水平H2方向	竖直V方向
$e_{max}/\%$	4.828	4.963	4.995
$e_{min}/\%$	−0.009	−0.016	−0.038
$e_{max_vip}/\%$	0.026	0.050	0.005
$e_{min_vip}/\%$	−0.009	−0.016	−0.003
T_{SMD}/s	9.675	10.575	10.220
N_b	4	4	3
ρ	$\rho_{H1,H2}=3.9\times10^{-12}$, $\rho_{H1,V}=1.3\times10^{-11}$, $\rho_{H2,V}=1.6\times10^{-11}$		

注:e_{max}、e_{min}和e_{max_vip}、e_{min_vip}分别为时程反应谱与目标楼层反应谱的相对误差在全频率[0.1,100]Hz内的最大值和最小值,以及在[0.6,50]Hz内的最大值和最小值;T_{SMD}为强震持续时间,取Arias烈度自5%至75%的时间间隔;ρ为互相关系数,其中$\rho_{H1,H2}$、$\rho_{H1,V}$和$\rho_{H2,V}$分别为三向地震动时程两两之间的互相关系数;N_b为时程反应谱连续低于目标谱的控制频率点数最大值。

5 案例对比

5.1 目标楼层反应谱与天然地震动

文献[20]提出了一种基于HHT的多维地震动拟合方法,本节将以该文献中2%阻尼的三向楼层反应谱为目标(图7),该目标谱的频率下限与上限分别为$f_{min}=0.2$ Hz和$f_{max}=100$ Hz。

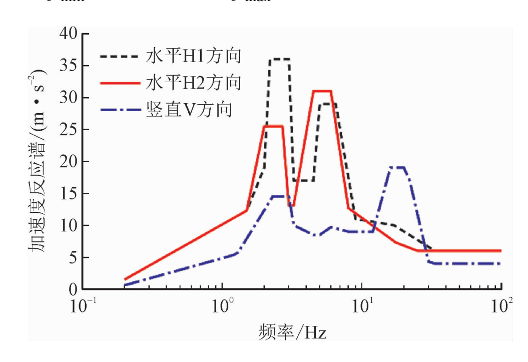


图7 某核电厂房的设计楼层反应谱(目标谱2)

Fig. 7 Design floor response spectra for service building of a nuclear power plant (target spectra 2)

采用与文献[20]相同的地震波为种子时程,即在Imperial Valley地震(1979年)中记录于Calexico Fire台站的三向地震动。该组地震波时间间隔为0.005 s,记录时间长度为37.85 s,每一条时程有7 571个数据点。Mammoth Lakes地震动为走滑断

层,震级 $M_w=6.53$,断层距 $R_{rup}=10.45$ km,拟合精度设置与 4.1 节相同。

5.2　拟合结果与对比分析

考虑目标楼层反应谱的频率下限与上限分别为 $f_{min}=0.2$ Hz 和 $f_{max}=100$ Hz,根据式(6)可计算得到所需本征函数的序号范围为 $N_{min}=15$ 和 $N_{max}=7\,569$。利用所选本征函数重构天然地震动作为初始迭代时程。利用本研究提出的方法开展迭代计算,分别经过 710、225 和 190 次得到满足精度要求的时程。时程反应谱拟合过程和所得地震动时程如图 8 ~10 所示,所得设计地震动时程满足规范要求的校核结果如表 2 所示。

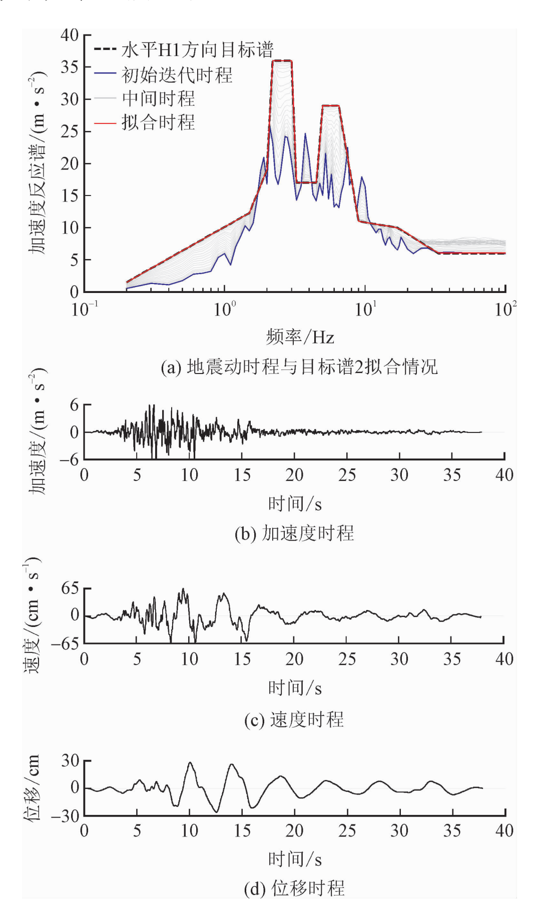


图 8　水平 H1 方向反应谱拟合目标谱 2 的情况与所得地震动时程

Fig. 8　Compatibility between the response spectra of iterative time histories and the target spectra 2 along the H1 direction and the generated time history

从所得时程反应谱与目标楼层反应谱的拟合精度上看,两种方法调整得到的时程都满足规范要求,本方法所得时程反应谱与目标谱的相对误差均小于 1%,相较于文献[20]而言拟合精度较高。

从所得地震动时程波形上看,本研究方法所得时程与文献[20]所得时程均无飘移现象,本研究所得时程保留了更多天然地震动的非平稳特性。

表 2　拟合目标谱 2 的时程地震动参数

Tab. 2　Parameters of the generated time histories which are compatible with target spectra 2

参数	水平 H1 方向	水平 H2 方向	竖直 V 方向
e_{max}/%	1.003	1.142	0.914
e_{min}/%	−0.019	−0.012	−0.003
e_{max_vip}/%	0.999	0.926	0.914
e_{min_vip}/%	−0.019	−0.012	−0.003
T_{SMD}/s	10.390	10.730	9.995
N_b	3	5	5
ρ	$\rho_{H1,H2}=1.8\times10^{-8}$, $\rho_{H1,V}=2.1\times10^{-8}$, $\rho_{H2,V}=3.4\times10^{-8}$		

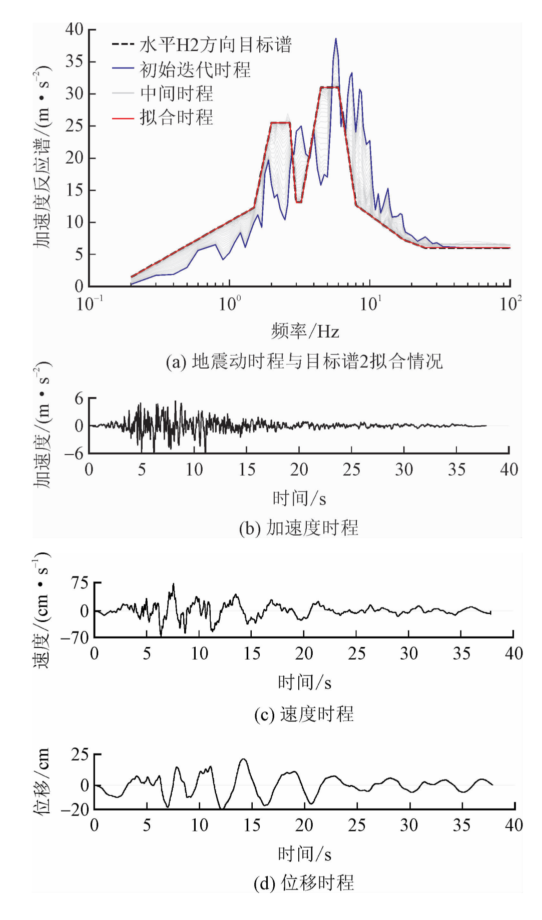


图 9　水平 H2 方向反应谱拟合目标谱 2 的情况和所得地震动时程

Fig. 9　Compatibility between the response spectra of iterative time histories and the target spectra 2 along the H2 direction and the generated time history

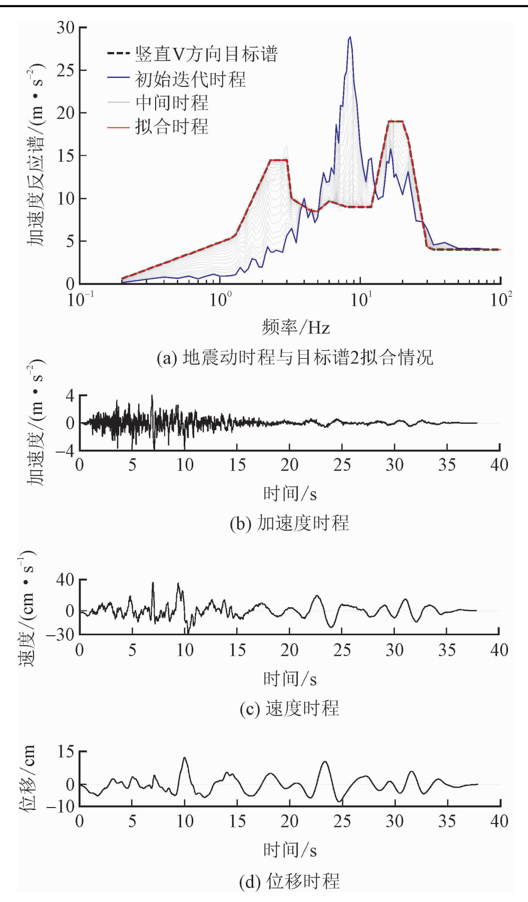


图 10 竖直 V 方向反应谱拟合目标谱 2 的情况和所得地震动时程

Fig. 10 Compatibility between the response spectra of iterative time histories and the target spectra 2 along the V direction and the generated time history

6 结 论

核电厂及其内部设施设备的抗震性能是核电建设和发展所关注的重要内容。为获得满足规范要求的拟合楼层反应谱的三向地震动时程作为抗震分析的动力输入，本研究基于本征函数分解天然地震动时程，提出了生成拟合楼层反应谱的三向地震动时程的方法，并以加拿大某核电厂楼层反应谱为目标谱，提供了数值算例。所得主要结论如下。

1）本研究所提出的方法考虑了时程各频率分量间的影响，以及各频率对反应谱贡献的影响，可使时程反应谱与目标谱全频率高精度拟合，拟合过程均匀且收敛。

2）本方法利用本征函数首尾自动为零的优点，使得本征函数分解后的地震动时程，以及拟合目标谱的地震动时程首尾均为零，并未出现零飘现象。

3）本方法在迭代过程中引入正交化方法，使所得拟合目标谱的三向地震动时程均自动严格满足互相关系数的要求，不需反复试算或重算。

参考文献：

[1] XIE W C, NI S H, LIU W, et al. Seismic risk analysis of nuclear power plants[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2019.

[2] 朱凯昕，王晓欣，史力，等. 三向地震载荷下 HTR-10 厂房土壤-结构相互作用分析[J]. 原子能科学技术，2018，52(10)：1817-1824.
ZHU Kaixin, WANG Xiaoxin, SHI Li, et al. Soil-structure interaction analysis of HTR-10 under three-directional seismic excitation [J]. Atomic energy science and technology, 2018, 52(10): 1817-1824(in Chinese).

[3] 盛涛，谢异同，袁俊，等. 拟合核电厂多维设计反应谱及相关峰值的地震动调整方法[J]. 振动与冲击，2012，31(18)：173-178. SHENG Tao, XIE Yitong, YUAN Jun, et al. A method of modifying earthquake ground motion for matching multi-dimensional nuclear power plant design response spectra and peak values[J]. Journal of vibration and shock, 2012, 31(18): 173-178(in Chinese).

[4] 赵凤新，张郁山. 多阻尼反应谱拟合的时域叠加法[J]. 核动力工程，2008，29(3)：35-40.
ZHAO Fengxin, ZHANG Yushan. Time-domain superposition method for fitting multi-damping response spectra[J]. Nuclear power engineering, 2008, 29(3): 35-40(in Chinese).

[5] 孔宪京，林皋. 核电厂工程结构抗震研究进展[J]. 中国工程科学，2013，15(4)：62-74.
KONG Xianjing, LIN Gao. Research advances on engineering structural seismic safety of nuclear power plant[J]. Engineering science, 2013, 15(4): 62-74(in Chinese).

[6] 张军锋，刘庆帅，曹晨，等. 双曲冷却塔塔筒水平地震响应分析[J]. 应用力学学报，2020，37(1)：308-314.
ZHANG Junfeng, LIU Qingshuai, CAO Chen, et al. Horizontal seismic response features of hyperbolic cooling tower shells[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2020, 37(1): 308-314(in Chinese).

[7] 高永武，王涛，戴君武，等. 考虑土-结构相互作用的核电厂楼层反应谱研究[J]. 工程力学，2020，37(10)：116-124.
GAO Yongwu, WANG Tao, DAI Junwu, et al. Study on floor-response spectrum of nuclear power plants considering soil-structure interactions[J]. Engineering mechanics, 2020, 37(10): 116-124 (in Chinese).

[8] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 核电厂抗震设计标准：GB 50267—2019[S]. 北京：中国计划出版社，2020.

[9] 国家核安全局. 核设备抗震鉴定试验指南：HAF·J0053[S]. 北

京:中国标准出版社,1995.

[10] U. S. Nuclear Regulatory Commission. Seismic Design Parameters (Rev. 4):NUREG-0800 SPR 3. 7. 1[S]. Washington DC: Nuclear Regulatory Commission,2014.

[11] Canadian Standards Association. Design procedures for seismic qualification of nuclear power plants:N289. 3-10[S]. Mississauga,Ontario,Canada:Canadian Standards Association,2010.

[12] TSAI N C. Spectrum-compatible motions for design purposes[J]. Journal of the engineering mechanics division, 1972, 98 (2): 345-356.

[13] 孙渝刚,褚濛,丁振坤,等.核电厂楼面反应谱的人工合成地震动时程方法对比分析[J].核动力工程,2018,39(2):50-54.
SUN Yugang, CHU Meng, DING Zhenkun, et al. Comparison of methods for artificial earthquake time history matching floor response spectra in nuclear power plants[J]. Nuclear power engineering,2018,39(2):50-54(in Chinese).

[14] KAVEH A, MAHDAVI V R. A new method for modification of ground motions using wavelet transform and enhanced colliding bodies optimization [J]. Applied soft computing, 2016, 47: 357-369.

[15] AL ATIK L,ABRAHAMSON N. An improved method for nonstationary spectral matching[J]. Earthquake spectra,2010,26(3): 601-617.

[16] 张郁山,赵凤新.基于小波函数的地震动反应谱拟合方法[J].土木工程学报,2014,47(1):70-81.
ZHANG Yushan,ZHAO Fengxin. Matching method of ground-motion response spectrum based on the wavelet function[J]. China civil engineering journal,2014,47(1):70-81(in Chinese).

[17] 李建波,牛翔,林皋.楼层谱人工时程波的拟合算法及技术[J].工业建筑,2016,46(10):6-8.
LI Jianbo,NIU Xiang,LIN Gao. Fitting algorithm and technique for artificial wave time history of floor spectrum[J]. Industrial construction,2016,46(10):6-8(in Chinese).

[18] 高付海,高岳.拟合目标反应谱的高精度人工加速度时程生成算法及应用[J].原子能科学技术,2021,55(3):503-509.
GAO Fuhai,GAO Yue. High-precision algorithm and its application for generating artificial acceleration time history compatible with targeted response spectrum[J]. Atomic energy science and technology,2021,55(3):503-509(in Chinese).

[19] 全伟,李宏男.基于小波变换的拟合规范反应谱多维地震动模拟[J].地震工程与工程振动,2007,27(4):103-108.
QUAN Wei,LI Hongnan. Generation of spectrum-compatible multidimensional artificial ground motions via wavelet transform[J]. Journal of earthquake engineering and engineering vibration,2007, 27(4):103-108(in Chinese).

[20] 李波,唐家伟,戴靠山,等.利用 HHT 产生与多阻尼楼板谱匹配的地震波[J].核动力工程,2019,40(6):82-88.
LI Bo,TANG Jiawei,DAI Kaoshan,et al. Generating seismic time histories compatible with multi-damping floor response spectra using Hilbert-Huang transform [J]. Nuclear power engineering, 2019,40(6):82-88(in Chinese).

[21] NI S H,XIE W C,PANDEY M D. Generation of spectrum-compatible earthquake ground motions considering intrinsic spectral variability using Hilbert - Huang transform[J]. Structural safety, 2013,42:45-53.

[22] YANG L L,XIE W C,XU W Y,et al. Generating drift-free,consistent,and perfectly spectrum-compatible time histories[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2019, 109 (5): 1674-1690.

[23] 李亚楠,王国新.基于小波包方法的非平稳地震动模拟和设计谱拟合[J].大连理工大学学报,2016,56(3):263-269.
LI Yanan,WANG Guoxin. Simulation of non-stationary ground motions and fitting of design spectrum based on wavelet packet method [J]. Journal of Dalian University of Technology,2016,56(3):263-269(in Chinese).

[23] 李亚楠,王国新.基于小波包方法的非平稳地震动模拟和设计谱拟合[J].大连理工大学学报,2016,56(3):263-269.
LI Yanan,WANG Guoxin. Simulation of non-stationary ground motions and fitting of design spectrum based on wavelet packet method [J]. Journal of Dalian University of Technology,2016,56(3):263-269(in Chinese).

[24] 牛翔.核电厂楼层谱拟合算法研究及应用[D].大连:大连理工大学,2016.

[25] 丁英俊.核电厂多阻尼楼层谱的人工波拟合[D].大连:大连理工大学,2019.

[26] CHAUDHRY K. Structural integrity investigation of class 1 piping during a seismic event with an assumed failed support[C]//The Proceedings of the International Conference on Nuclear Engineering (ICONE). Tokyo, Japan: The Japan Society of Mechanical Engineers,2019:1929.

(编辑 吕茵)